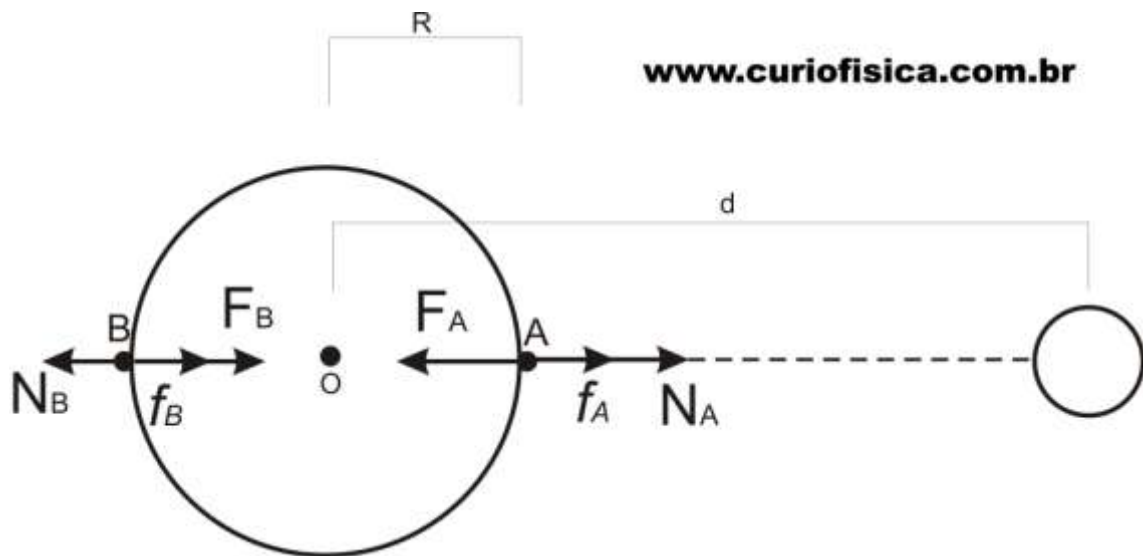


O fenômeno das marés corresponde às protuberâncias da cinta oceânica devido à atração gravitacional da Lua. Uma destas protuberâncias fica localizada frente à Lua, o que é intuitivamente aceitável. Mas um tanto paradoxalmente, existe outra protuberância diametralmente oposta, ou seja, do outro lado da terra. Veja figura:



Vamos agora passar a explicar este fenômeno. Sejam A e B duas partículas de massa m , situadas na superfície da Terra, uma em frente à Lua e outra diametralmente oposta.



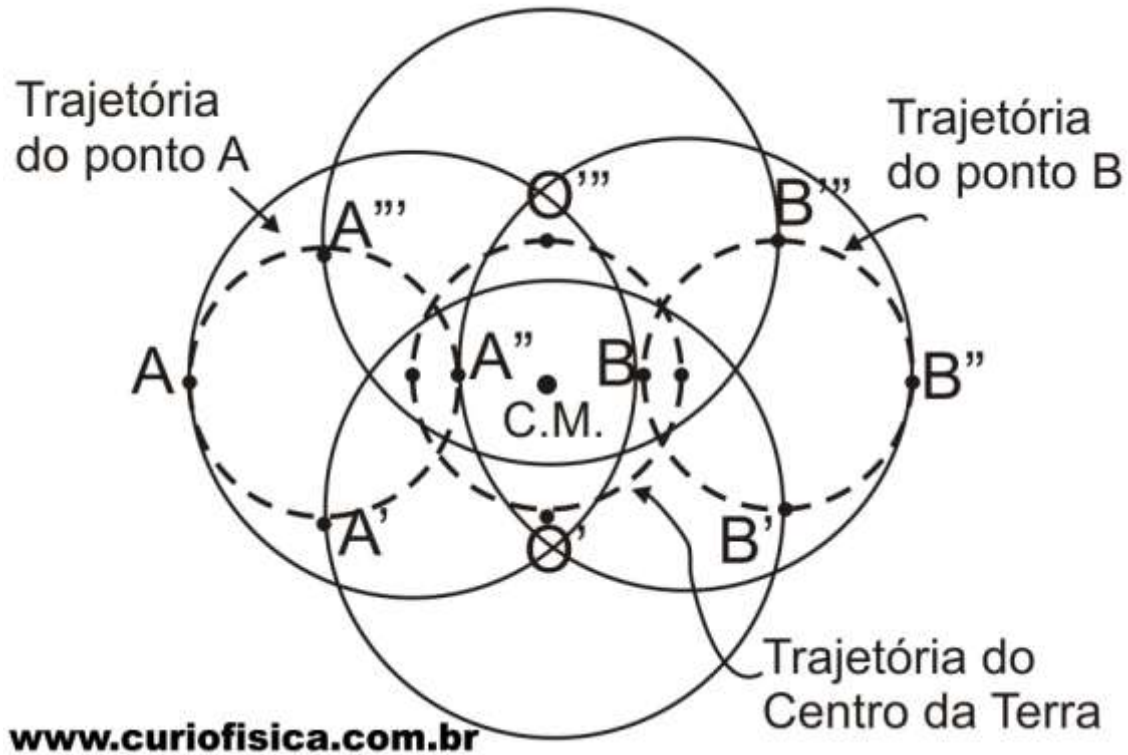
As forças \vec{f}_A e \vec{f}_B são devidas à atração gravitacional da Lua, então apontam para a lua. \vec{F}_A e \vec{F}_B Devem-se à atração gravitacional da Terra, logo apontam para o centro da Terra. \vec{N}_A e \vec{N}_B São forças de contato ou a Normal. De acordo com a expressão da força gravitacional ($F = G \frac{mM}{R^2}$) e pelos dados contidos na figura, temos:

$$F_A = F_B = G \frac{mM_T}{R^2} \quad (1)$$

$$f_A = G \frac{mM_L}{(d-R)^2} \quad (2)$$

$$f_B = G \frac{mM_L}{(d+R)^2} \quad (3)$$

Tanto a Terra como a Lua possuem um movimento de translação circular em torno do centro de massa do sistema, ou seja, giram em torno do próprio eixo. Todos os pontos da Terra descrevem trajetórias circulares de mesmo raio. A figura abaixo esclarece melhor o que foi dito (é importante frisar que o movimento não é como se a Terra e Lua constituísse um halter rígido). Chamando de r o raio dessas trajetórias, temos, usando a segunda lei de Newton para as massas situadas nos pontos A e B ,



$$G \frac{mM_L}{(d+R)^2} + G \frac{mM_T}{R^2} - N_B = m\omega^2 r \quad (4)$$

$$N_A + G \frac{mM_L}{(d-R)^2} - G \frac{mM_T}{R^2} = m\omega^2 r \quad (5)$$

Considerando o movimento da Terra em torno do centro de massa CM, temos, também utilizando a segunda Lei de Newton,

$$G \frac{M_T M_L}{d^2} = M_T \omega^2 r \rightarrow \omega^2 r = G \frac{M_L}{d^2} \quad (6)$$

Substituindo este resultado em (4) e (5), encontramos

$$G \frac{mM_L}{(d+R)^2} + G \frac{mM_T}{R^2} - N_B = G \frac{mM_L}{d^2} \quad (7)$$

$$N_A + G \frac{mM_L}{(d-R)^2} - G \frac{mM_T}{R^2} = G \frac{mM_L}{d^2} \quad (8)$$

Fazendo as seguintes aproximações (em virtude de $R \ll d$)

$$\frac{1}{(d+R)^2} = \frac{1}{d^2} \left(1 + \frac{R}{d}\right)^{-2} \cong \frac{1}{d^2} \left(1 - \frac{2R}{d}\right) \quad (9)$$

$$\frac{1}{(d-R)^2} = \frac{1}{d^2} \left(1 - \frac{R}{d}\right)^{-2} \cong \frac{1}{d^2} \left(1 + \frac{2R}{d}\right) \quad (10)$$

E substituindo estes resultados em (7) e (8), vem

$$N_B = G \frac{mM_T}{R^2} - \frac{2R}{d} G \frac{mM_L}{d^2} \quad (11)$$

$$N_A = G \frac{mM_T}{R^2} - \frac{2R}{d} G \frac{mM_L}{d^2} \quad (12)$$

Como vemos, as forças de contato em A e B são iguais (e dirigidas para fora). Isto explica as protuberâncias aproximadamente iguais tanto em frente à Lua como na face diametralmente oposta.